CAPITULO
3

TRABAJO Y ENERGIA

TRABAJO

Para definir cuantitativamente, de una manera operacional, lo que entendemos por trabajo, supongamos que sobre un bloque, apoyado sobre una superficie lisa horizontal, se ejerce una fuerza F constante, que forma un ángulo α con la horizontal (figura 1).

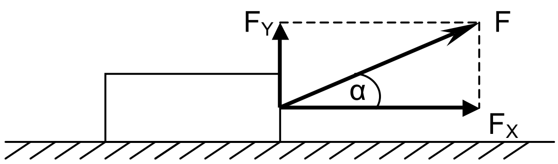

Fig. 1

Si descomponemos F en sus componentes horizontal y vertical F_x y F_y respectivamente, se observa que Fy no ayuda al bloque en su desplazamiento horizontal, y solo tiende a jalonarlo hacia arriba. Solamente la componente F_x produce el desplazamiento horizontal del cuerpo. Esta observación nos sugiere definir al trabajo W que ejerce la fuerza F sobre el bloque, al producirle un desplazamiento x, como “el producto del desplazamiento (x) por la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento (F_y). Es decir:

$$W = F_x \, . \, x \qquad \text{como } F_x = F \, . \cos . \, \alpha$$

$$W = F . \, x . \cos . \, \alpha \qquad (1)$$

Esta ecuación nos indica que W es el producto de la fuerza por el desplazamiento por el coseno del ángulo comprendido entre estas cantidades.

También podemos interpretar al trabajo como el producto escalar del vector Fuerza ($\vec{F}$) por el vector desplazamiento ($\vec{x}$). Es decir:

$$W = \vec{F} . \, \vec{x} \qquad (2)$$

El trabajo es una magnitud escalar (el producto de dos vectores es un escalar). De la ecuación (1) vemos que para que haya trabajo, las direcciones de la fuerza y del desplazamiento no deben ser perpendiculares, ya que cos. α= 0 y por lo tanto W = 0.

Tampoco hay trabajo si no hay desplazamiento (x = 0), esto es, una persona que sostiene un cuerpo levantado, no realiza trabajo. Si esta persona se desplaza, horizontalmente tampoco hay trabajo en el sentido definido, ya que el peso del cuerpo (vertical) y la dirección de desplazamiento son perpendiculares.

<u>Unidades</u>

El trabajo es una magnitud derivada, ya que depende de las magnitudes fuerza y desplazamiento.

En el sistema M. K. S, la unidad de fuerza es el Newton y la de desplazamiento el metro. La unidad de trabajo se llama “Joule”. Es decir:

$$1 \text{ joule} = 1 \text{ Nt. } 1\text{m}$$

Realizamos un trabajo de 1 joule sobre un cuerpo, cuando éste es arrastrado 1 m por una fuerza de 1 Nt.

En el sistema C.G.S, la unidad de fuerza es la dina y la de desplazamiento el centímetro. La unidad de trabajo se llama “ergio”:

$$1 \text{ ergio} = 1 \text{ dina} . 1 \text{ cm}$$

En el sistema Técnico, unidad de fuerza es el kilográmetro $(\overrightarrow{kgm})$ y corresponde al trabajo de 1 Kg fuerza en 1 metro. Esto es:

$$1\ \overrightarrow{\text{Kgm}} = 1\ \overrightarrow{\text{kg}} . 1 \text{ m}$$

En la tabla siguiente están resumidas las unidades del trabajo en los diferentes sistemas, y sus interrelaciones:

TABLA 1

	Joule	Ergios	Kgm	Kwh
1 Joule	1	10^{-7}	0,102	$0{,}277 \times 10^{-6}$
1 Ergio	10^{-7}	1	$0{,}102 \times 10^{-6}$	$0{,}277 \times 10^{-13}$
1 Kgm	9,8	$9{,}8 \times 10^{-7}$	1	$2{,}72 \times 10^{-6}$
1 Kwh	3.600.000	$3{,}6 \times 10^{-13}$	$3{,}6 \times 10^{-13}$	

POTENCIA

Cuando dos personas efectúan el mismo trabajo, pero una lo hace en menos tiempo que la otra, es decir, cuando comparamos el trabajo en relación con el tiempo empleado, estamos frente a un nuevo concepto que se llama Potencia, que se define como”el trabajo realizado en la unidad de tiempo; o sea, es el cociente entre el trabajo realizado y el tiempo empleado en realizarlo. En símbolos:

$$P = \frac{W}{t}$$

Unidades

Las unidades de potencia dependen de las unidades con que caracterizamos el trabajo y el tiempo.

En el sistema M.K.S, el trabajo se mide en joules y el tiempo en segundos. La unidad de potencia se llama Wattio:

$$1 \text{ wattio} = \frac{1 \text{ joule}}{1 \text{ seg.}}$$

Decimos que una máquina tiene una potencia de 1 wattio si en cada segundo realiza 1 joule de trabajo. En la práctica se utiliza mucho un múltiplo del vatio, el kilovatio. (1 Kw. = 1000 w).

En el sistema C.G.S, la unidad de potencia es 1 erg./seg y no tiene nombre especial.

En el sistema Técnico, el trabajo se mide en Kilográmetros y el tiempo en segundos. La unidad de potencia debería ser 1 kgm./seg. Sin embargo, se ha adoptado la unidad de potencia en el Sistema Métrico Decimal como un múltiplo de ésta, el CABALLO DE VAPOR. (Cheval de Vapeur). La equivalencia exacta es:

$$1 \text{ C.V.} = 735 \text{ w}$$

En el Sistema Británico de Unidades, la unidad de potencia es el H.P. (horse power, es decir, potencia de un caballo). La equivalencia exacta entre H.P. y Vatio es:

$$1 \text{ H.P.} = 745 \text{ w}$$

De estas dos últimas equivalencias, se deduce que:

$$1 \text{ H.P.} = 1{,}0139 \text{ C.V.}$$

En la tabla 2 se resumen las unidades de potencia en los diferentes sistemas de unidades y sus interrelaciones:

TABLA 2

	Vatio	Erg/ seg.	Kgm/seg.	C.V.
1 Vatio	1	10^{7}	0,102	$1{,}36 \times 10^{-3}$
1 erg/seg.	10^{-7}	1	$0{,}102 \times 10^{-6}$	$1{,}36 \times 10^{-10}$
1 Kgm/seg.	9,8	$9{,}8 \times 10^{7}$	1	0,0133
1 C.V.	735	735×10^{7}	75	1

CASOS ESPECIALES EN QUE SE REALIZA TRABAJO

1) TRABAJO EN CONTRA DE LA INERCIA.

Supongamos que un cuerpo de masa “m” se encuentra moviéndose sobre una superficie horizontal sin rozamiento, impulsado por un fuerza F (Figura 2).

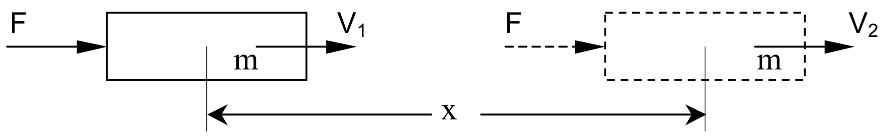

Fig. 2

Sea además V1 la velocidad que lleva el cuerpo cuando pasa por 0. ¿Cuál es la acción del trabajo realizado por la fuerza al desplazarse una distancia x ?. Para responder a esta pregunta debemos calcular la aceleración del cuerpo utilizando el Principio fundamental de la dinámica:

$$a = \frac{F}{m}$$

Esta aceleración es constante ya que suponemos que la fuerza impulsora también lo es. Se trata por lo tanto de un movimiento uniformemente variado, y podemos calcular V2, la velocidad que tiene el cuerpo al final del trayecto X, utilizando la ecuación:

$$V_2^2 = v_1^2 + 2.\ a.\ X$$

Teniendo en cuenta que a = F/m y ordenando, queda:

$$2.\ \frac{F}{m}.\ x = v_2^2 - v_1^2 \qquad \text{o bien}$$

$$F.\ x = \frac{1}{2}.\ m.\ V_2^2 - \frac{1}{2}.\ m.\ V_1^2 \qquad (3)$$

El primer miembro de la relación precedente es el trabajo W realizado sobre el cuerpo en el desplazamiento X. El segundo miembro es la diferencia de dos cantidades que tienen la misma forma (½. m. v^2). Esto nos sugiere definir una nueva cantidad Física, llamada "ENERGIA CINÉTICA" (Ec), ya que está relacionada con el movimiento, en la forma:

$$Ec = \frac{1}{2}.\ m.\ v^2 \qquad (4)$$

Vemos que la energía cinética depende de la velocidad, (para una masa constante). Se observa que, si "v" se duplica, la Ec se cuadruplica ya que es proporcional al cuadrado de "v". Se nota además que, como la velocidad depende del particular sistema de referencia, la energía cinética de un cuerpo cambiará para diferentes observadores. De la ecuación (3) vemos que la energía cinética debe tener la misma dimensión que el trabajo y por lo tanto, se mide en las mismas unidades de trabajo y por lo tanto, se mide en las mismas unidades que se definieron para éste. También de esta ecuación se deduce que la energía cinética es, como el trabajo, una magnitud escalar. La energía cinética de un sistema de cuerpos es directamente la suma aritmética de las energías cinéticas de cada uno.

Hechas estas consideraciones, la ecuación (3) puede escribirse:

$$W = Ec_2 - Ec_1 \qquad (5)$$

Donde Ec_2 y Ec_1 son las energías cinéticas que lleva el cuerpo cuando tiene las velocidades V_2 y V_1 respectivamente.

Nos encontramos ya en condiciones de responder la pregunta original diciendo que "el trabajo W se insume en incrementar la energía cinética del cuerpo". Si la fuerza F actuara en la misma dirección, pero en sentido contrario al de v_1, decimos que la fuerza hace trabajo contra el cuerpo, es decir, disminuyendo su energía cinética. En general decimos que el trabajo W se insume en cambiar o variar la energía cinética del cuerpo y podemos escribir:

$$W = \Delta Ec$$

2) TRABAJO EN CONTRA LA GRAVEDAD.

Supongamos que un cuerpo de masa "m" se encuentra a una altura "h_1" respecto de un nivel de referencia cualquiera, y que es elevado con velocidad constante a una altura "h_2", por un fuerza F vertical (figura 3). Nuevamente nos preguntamos cuál será el resultado del trabajo ejercido sobre el cuerpo por la fuerza F al desplazarlo desde "h_1" hasta "h_2". Para dar respuesta a esto vemos que, para elevar el cuerpo con velocidad constante (aceleración nula) el valor de F debe ser igual en módulo (y de sentido contrario) al peso del cuerpo "p" (= m. g).

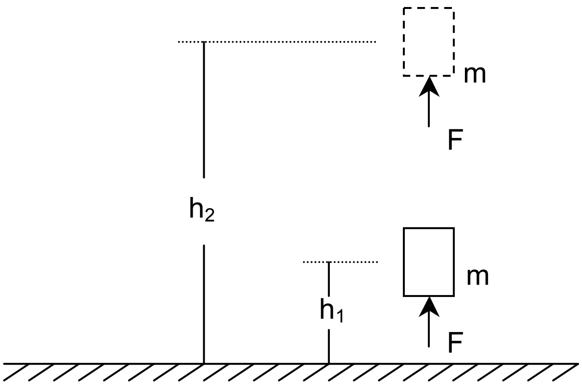

Fig. 3

El trabajo realizado por F sobre el cuerpo es:

$$W = F. \ (h_2 - h_1)$$

$$= P. \ (h_2 - h_1)$$

$$W = m.\ g.\ h_2 - m.\ g.\ h_1 \qquad (6)$$

A la cantidad "m. g. h" se define con el nombre de "ENERGIA POTENCIAL" (Ep), ya que depende de la posición del cuerpo. De la ecuación que precede vemos que la energía potencial es un escalar y que las unidades con que viene medida deben ser las mismas con que caracterizamos el trabajo. Esto es razonable si pensamos que el trabajo se transforma en energía o viceversa, pero en el fondo los conceptos son equivalentes. Decimos que energía es la capacidad que tiene un cuerpo para hacer trabajo, esto es, un cuerpo tiene algún tipo de energía sólo si puede realizar trabajo. Por ejemplo, el cuerpo de la figura 3, tiene energía (potencial) respecto al nivel de referencia, puesto que al caer de una cierta altura, puede realizar trabajo (deformando el piso, introduciendo un clavo, etc.).

Llamando Ep_1 y Ep_2 a las energías potenciales del cuerpo en las posiciones h_1 y h_2 respectivamente, la ecuación (6) queda:

$$W = Ep_2 - Ep_1 \qquad \text{o bien}$$

$$W = \Delta\, Ep \qquad (7)$$

Que nos dice que el trabajo realizado sobre el cuerpo contra la gravedad es igual a la variación de la energía potencial. Si se hace trabajo sobre el cuerpo dicho cambio es un aumento ($Ep_1 < Ep_2$). Si el trabajo es realizado por el cuerpo, el cambio es una disminución ($Ep_1 > Ep_2$).

3) TRABAJO CONTRA EL ROZAMIENTO

Al estudiar el trabajo realizado contra la inercia de un cuerpo, vimos que le trabajo realizado era igual a la variación de la energía cinética.

Supongamos que el cuerpo de masa "m", se desplaza ahora con velocidad constante sobre una superficie horizontal con rozamiento. (Figura 4)

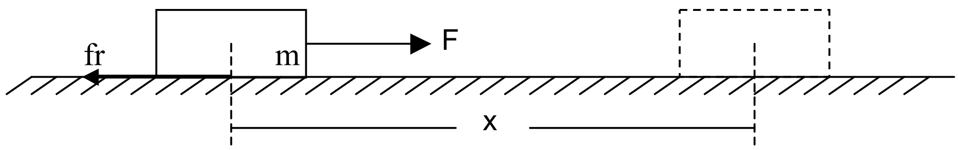

Fig. 4

Para que la fuerza impulsora F no produzca aceleración (vel. constante), es preciso que la fuerza neta que obra sobre el cuerpo sea cero, esto es: Que el módulo F sea igual y de sentido contrario a la fuerza del rozamiento " f_r ", entre el cuerpo y la superficie horizontal. Es decir:

$$F = -f_r$$

El trabajo realizado por " f_r " sobre el cuerpo a lo largo del camino "x" es:

$$W = F.\, x \qquad \text{o bien}$$

$$W = -f_r \,.\, x$$

Nos preguntamos: ¿En qué se ha convertido el trabajo de la fuerza F en este caso?. No podemos decir que se ha insumido en variar la energía cinética, ya que la velocidad es constante, ni en variar la energía potencial ya que el cuerpo se desplaza sobre el mismo nivel.

La respuesta es que el trabajo se ha transformado en otro tipo de energía, llamada "Energía calorífica". (ΔQ). Todos sabemos que al frotar dos cuerpos se desprende calor, el cual constituye una de las formas en que se manifiesta la energía.

La energía calórica, como las demás formas de energía, es una magnitud escalar y tiene las mismas dimensiones definidas para el trabajo. Sabemos que cuando se realiza trabajo contra la inercia, y contra la gravedad, el cuerpo adquiere energía cinética y potencial, respectivamente. Estas formas de energía quedan "almacenadas" en el cuerpo y pueden recuperarse, es decir, transformarse nuevamente en trabajo. La energía calórica, en cambio, no queda almacenada en el cuerpo y por lo tanto no es recuperable.

Un ejemplo de trabajo contra el rozamiento, es el de un automóvil que se desplaza con velocidad constante sobre una ruta horizontal. La fuerza externa está proporcionada por el motor y debe vencer la fuerza de roce entre los neumáticos y el pavimento. Se observa que, cuando menor es la fuerza de rozamiento (f_r), menor es la fuerza F necesaria para arrastrar el automóvil con velocidad constante.

Concluyendo, podemos decir que el trabajo realizado contra el rozamiento es igual al calor ΔQ originado en la fricción. Es decir:

$$W = \Delta Q \qquad (8)$$

PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGIA

En los casos especiales anteriormente tratados dijimos que siempre el trabajo W se transforma en alguna forma de energía. De una manera más general, se verá que el trabajo realizado sobre un sistema (cuerpo) cualquiera es igual al cambio de sus diferentes formas de energía. Esto es, se demostrará que:

$$W = \Delta Ec + \Delta ep + \Delta Q$$

Para ello supongamos un cuerpo de masa "m", impulsado por una fuerza F a subir, por un plano inclinado un ángulo α, con rozamiento. (figura 5)

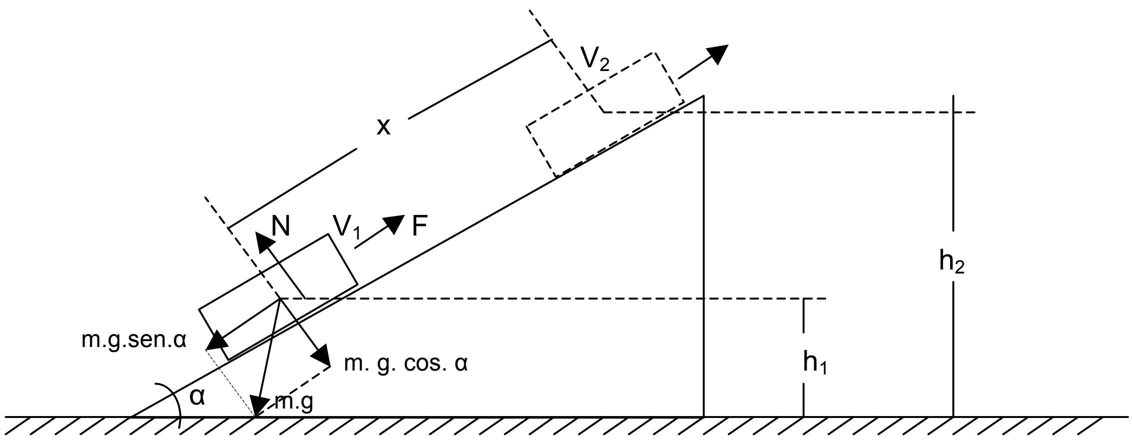

Fig. 5

En general, en el punto de partida el cuerpo tiene una velocidad V_1 y se encuentra a una altura h_1 (tomando la base del plano como nivel de referencia). Al final del trayecto X, el cuerpo tendrá una velocidad v_2 y una altura h_2. Nos proponemos calcular el trabajo realizado por F sobre el cuerpo en el desplazamiento X, medido sobre el plano.

Las fuerzas que actúan sobre el cuerpo son:

a) La fuerza F, que es tangencial al plano y tiende a arrastrar el cuerpo hacia arriba.
b) La fuerza de rozamiento " f_r " , que se opone al movimiento pero también es tangencial al plano.
c) El peso (m.g) del cuerpo, que lo descomponemos en una componente tangencial al plano (m.g. sen. α) y otra perpendicular al plano (m.g.cos.α).
d) La reacción N del plano sobre el cuerpo, igual y de sentido contrario a "m.g.cos.α", es decir que la fuerza neta perpendicular al plano es nula.

La fuerza neta **F** tangencial al plano es:

$$\mathbf{F} = F - m.g.\text{sen}.\alpha - f_r$$

Y la aceleración neta es:

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{m} = \frac{F - m.g.\text{sen}.\alpha - f_r}{m} \qquad (9)$$

Esta aceleración es constante ya que son constantes las fuerzas que la determinan. Concluimos que el movimiento es uniformemente acelerado y podemos calcular la v_2 con la siguiente ecuación:

$$V_2^2 = v_1^2 + 2.\ a.\ X \qquad (10)$$

Reemplazando nos queda:

$$V_2^2 = v_1^2 + \frac{2}{M}.\ (F - m.g.\text{sen}.\alpha - f_r).\ X \qquad (11)$$

Ordenando:

$$(F - m.g.\text{sen}.\alpha - f_r).\ X = \frac{1}{2}.\ m\ (v_2^2 - v_1^2)$$

Despejando F. x queda:

$$F.\ x = (1/2.\ m.\ V_2^2 - 1/2.\ m.\ V_1^2) + m.g.\ x.\ \text{Sen}.\alpha + f_r.\ x \qquad (12)$$

De la figura 4 se deduce que:

$$X.\ \text{sen}.\ \alpha = h_2 - h_1$$

La ecuación (12) queda:

$$F.\ x = (1/2.\ m.\ V_2^2 - 1/2.\ m.\ V_1^2) + (m.g.\ h_2 - m.g.\ h_1) + f_r.\ x \qquad (13)$$

El primer miembro es el trabajo W realizado por la fuerza externa F sobre el cuerpo. Los términos entre paréntesis representan la variación de energía cinética ΔEc y de energía potencial ΔEp. El término (f_r. x) es el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento y vimos que se disipa en forma de energía calórica ΔQ. Podemos escribir entonces, la ecuación anterior en la forma siguiente:

$$W = \Delta Ec + \Delta Ep + \Delta Q \qquad (14)$$

En realidad el trabajo puede transformarse en otros tipos de energía además de los mencionados (acústica, electromagnética, etc.). Si incluimos estas formas de energía en un nuevo término ΔU, la ecuación queda:

$$W = \Delta Ec + \Delta Ep + \Delta Q + \Delta U \qquad (15)$$

Que es la forma más general del TEOREMA DEL TRABAJO Y LA ENERGIA.

Si un sistema (conjunto de cuerpos) particular no se hace trabajo externo (W = 0) se dice que tal sistema es cerrado (no recibe influencia exterior). La última ecuación para un sistema cerrado queda:

$$\Delta Ec + \Delta Ep + \Delta Q + \Delta U = 0 \qquad (16) \qquad \text{o bién}$$

$$\Delta\,(Ec + Ep + Q + U) = 0 \qquad (17)$$

Que nos dice que variación de la energía total de un sistema cerrado es igual a cero, es decir, la energía total se mantiene constante:

$$Ec + Ep + Q + U = \text{constante} \qquad (18)$$

Podrán variar individualmente cada una de las formas de energía, pero la suma de éstas se mantendrá constante. Por ejemplo, puede aumentar el valor de Ec, pero a costa de la disminución de alguno o varios de los términos restantes.

La ecuación (18) es la expresión matemática del “PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGIA”.

Este principio establece que la energía no puede ser destruida ni creada. Sólo puede transformarse en otras formas de energía. Ejemplos: un motor de combustión interna (automóvil) transforma la energía química almacenada en el combustible, en energía calórica, y ésta a su vez se transforma en energía mecánica que impulsa el vehículo. Una estufa eléctrica transforma la energía eléctrica en energía calórica. Un motor eléctrico (licuadora, lavarropas, torno, etc.) transforma la energía eléctrica en mecánica. Y así podríamos citar muchos ejemplos más.

Un caso particular importante para sistemas cerrados (W = 0), se presenta cuando no hay pérdidas de energía en forma calórica ($\Delta Q = 0$), o en otras formas ($\Delta U = 0$). La ecuación (16) queda:

$$\Delta Ec + \Delta Ep = 0 \qquad \text{o bien}$$

$$\Delta\,(Ec + Ep) = 0$$

Es decir

$$Ec + Ep = \text{constante}$$

En un sistema de este tipo, la energía mecánica total (Ec + Ep) se mantiene constante; si Ec aumenta, Ep debe disminuir y viceversa. El máximo valor de Ec se obtiene cuando Ep = 0 y viceversa.

Se cita como ejemplo el caso de una pelota que se deja caer desde una cierta altura y choca elásticamente sobre una superficie. Al comenzar el movimiento, su energía potencial es máxima y la cinética es mínima (cero); a medida que desciende, la energía potencial disminuye pues se va transformando en cinética y finalmente, un instante antes de tocar la superficie, toda la energía potencial de la pelota se ha transformado en cinética. Si el choque con la superficie es elástico la energía cinética es restituida totalmente a la pelota y ella podrá alcanzar nuevamente el punto de partida recuperando su energía potencial y así continuará indefinidamente. En la práctica, la pelota nunca recupera su altura inicial, pues en el choque contra la superficie, que no es totalmente elástico, pierde algo de su energía.